T.P. oscillations mécaniques

Le système est constitué d'une roue en cuivre d'axe Δ, reliée à une extrémité d'un ressort spiral (pendule de Pohl). La roue en cuivre peut recevoir des masses additionnelles à une distance $R = 9\,\mathrm{cm}$ de l'axe. Un excitateur est relié à l'autre extrémité du ressort. L'angle d'enroulement du ressort, θ, est donc déterminé par la position de la roue, ϕ, et celle de l'excitateur ψ. On peut amortir le mouvement à l'aide d'un frein à courants de Foucault. On mesure la position de la roue ϕ, la vitesse de rotation ω et l'accélération angulaire α. Le ressort obéit à la loi $M_{R,\Delta} = -C\left(\phi - \psi\right)$ avec M moment exercé par le ressort sur la roue. Le moment du couple de frottement est de type frottement fluide soit $M_{f,\Delta} = -f \cdot \dot{\phi}$.

Remarque : le système étant lent (mécanique oblige), il pourra s'avérer utile de mettre l'oscilloscope en mode ROLL.

Ce qui est en petit caractère italique va sans dire, mais va encore mieux en le disant

1 Étude statique

Caractéristique du ressort spiral

Théorie Déterminer l'angle d'équilibre en absence d'excitation et en présence d'une masse additionnelle.

Manipulation Régler l'amplitude d'excitation à zéro. A l'aide d'une masse additionnelle, déterminer C. Oter la masse pour toute la suite.

Indiquer la méthode utilisée, les mesures brutes et les calculs

2 Régime libre

Détermination du moment d'inertie

Théorie Écrire l'équation du mouvement de la roue en absence d'excitation et de frottement. En déduire la période du mouvement.

Manipulation En désactivant le frein (bouton sur ext.), étudier le régime libre d'oscillation à l'aide de l'oscilloscope. Déterminer le moment d'inertie J.

Indiquer la méthode utilisée, les mesures brutes et les calculs

3 Freinage

Théorie Écrire l'équation du mouvement de la roue en absence d'excitation et avec frottement. En déduire le temps caractéristique d'amortissement.

Manipulation en activant le frein par courant de Foucault (bouton sur int.), étudier le régime libre d'oscillations amorties, et déterminer le coefficient f pour $I = 0{,}1\,\mathrm{A}$. On mettra préalablement le système au repos et on appuiera sur Reset pour régler le décalage des sorties analogiques.

Recommencer pour 0,2 ; 0,3 ; 0,4 et 0,5 A et en déduire le comportement de f en fonction de l'intensité du courant.

Proposer une justification du comportement de f

4 Étude fréquentielle

Théorie Écrire l'équation du mouvement de la roue en présence d'excitation sinusoïdale et avec frottement. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{\Phi}}{\underline{\Psi}}$, ϕ étant la position de la roue et ψ celle de l'extrémité du ressort lié à l'excitateur.

Manipulation Régler l'intensité du courant à 0,35 A. Déterminer la fonction de transfert à un coefficient près sur la gamme : 0,2 Hz à 1 Hz. On fera également une mesure en statique. Tracer cette fonction de transfert et déterminer la fréquence de coupure et le facteur de qualité.

Préciser la méthode utilisée pour trouver la fréquence de coupure et le facteur de qualité

5 Pendule avec masse additionnelle

Le frein et l'excitation sont désactivés.

Théorie Montrer que, selon la valeur de la masse, il y a soit

- deux positions d'équilibre stables et une instable
- une position d'équilibre

Dans le premier cas, déterminer la fréquence des petites oscillations sans frottement autour d'une des positions d'équilibre stable.

Manipulation Mettre en place une masse additionnelle suffisamment importante pour être dans le premier cas. Déterminer la valeur de ϕ d'une position d'équilibre stable et la fréquence des petites oscillations autour de celle-ci sans frottement.

Vérifier la relation entre la position d'équilibre et la fréquence

1 Étude statique

Théorie : $-C\phi_{eq} + mg\sin(\phi_{eq}) = 0$
Manipulation :
on mesure pour $m = (32{,}1 \pm 0{,}1)\,\mathrm{g}$ un angle de $\phi_{eq} = 61 \pm 1°$.
Soit $C = (259 \pm 4) \times 10^{-3}\,\mathrm{N\,m\,rad^{-1}}$

2 Régime libre

Détermination du moment d'inertie
Théorie : $-C\phi = J\ddot{\phi}$ soit $\omega_0^2 = \dfrac{C}{J}$
Manipulation :
on mesure la période $T = (1{,}80 \pm 0{,}01)\,\mathrm{s}$.
Soit $J = (6{,}6 \pm 0{,}1) \times 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^2}$

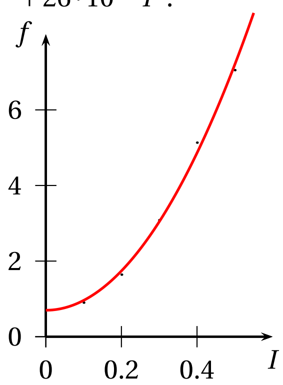
3 Freinage

Théorie : $-C\phi - f\dot{\phi} = J\ddot{\phi}$ écrit sous forme canonique $\ddot{\phi} + \dfrac{f}{J}\dot{\phi} + \dfrac{C}{J}\phi = 0$ et donc, dans l'hypothèse d'une solution oscillante, $\tau = \dfrac{2J}{f}$.

Manipulation :

I/A	τ/s	f/mN m s
0.1	30	0,89
0.2	16	1,64
0.3	8,5	3,08
0.4	5,1	5,13
0.5	3,7	7,04

Cela n'est manifestement pas linéaire. Pour savoir dans quelle direction aller, on s'intéresse d'abord à la justification ce qui conduit à $f = 7 \cdot 10^{-4} + 26 \cdot 10^{-3} I^2$.



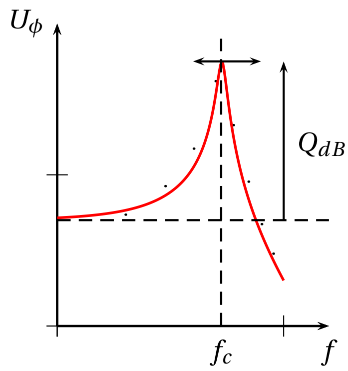
Justification : un point de la roue a une vitesse $v = \dot{\phi} r$ lorsqu'il passe dans l'entrefer, ce qui crée un champ électromoteur $\vec{v} \wedge \vec{B}$. Ce champ va créer une densité de courant proportionnelle à B, et l'interaction de ce courant et de $\vec{B}$, une force de Laplace proportionnelle à B^2 et donc à I^2. Elle est aussi proportionnelle à $\dot{\phi}$, c'est donc bien une force de type frottement fluide. On peut imaginer qu'il existe des frottements solides, ce qui conduit à un deuxième terme constant.

4 Étude fréquentielle

Théorie : $\underline{H}(\omega) = \dfrac{\underline{\Phi}}{\underline{\Psi}} = \dfrac{1}{1 + \mathrm{j}\omega\frac{f}{C} + (\mathrm{j}\omega)^2\frac{J}{C}}$. À une constante près (contenant l'excitation et le facteur de conversion angle $\rightarrow$ tension), on peut étudier $U_\phi(f)$ à la place de H.

Manipulation :

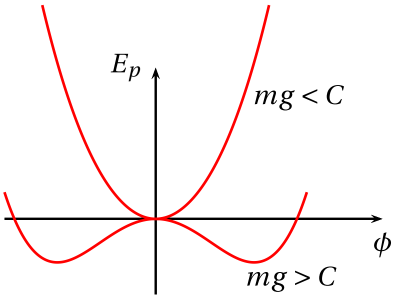
f/Hz	U_ϕ/mV
0.2	54
0.3	84
0.4	148
0.5	415
0.6	212
0.7	90
0.8	47
0.9	30



La mesure en statique donne 50 mV. Une fois les mesures tous les 0,1 Hz faites, on peut affiner pour chercher la fréquence de résonance. La résonance étant aiguëe, on va confondre la fréquence de résonance et la fréquence caractéristique et confondre l'écart entre le régime statique et la résonance avec Q. On obtient $f_0 = 0{,}53\,\mathrm{Hz}$ à comparer à $\dfrac{1}{T} = 0{,}56\,\mathrm{Hz}$ de la mesure en régime libre. On obtient $Q = 8{,}2$ à comparer à $\dfrac{\sqrt{JC}}{f} = 11{,}8$. L'asymptote haute fréquence est trop imprécise pour être utilisée.

5 Pendule avec masse additionnelle

Théorie : $\phi_{eq} = \dfrac{mg}{C}\sin(\phi_{eq})$, or sur $[-\pi/2, +\pi/2]$, $\sin(\phi) < \phi$. L'équation a donc une solution autre que 0 si $\dfrac{mg}{C} > 1$, il y a alors deux solutions opposées car $\sin(\phi)$ et ϕ sont deux fonctions impaires. L'allure de la fonction $E_p = \dfrac{C}{2}\phi^2 - mg\cos(\phi)$ est la suivante :



Pour les oscillations au voisinage de l'équilibre, on pose $\phi = \phi_{eq} + \varepsilon$

$$\begin{aligned} J\ddot{\varepsilon} &= -C(\phi_{eq} + \varepsilon) + mg\sin(\phi_{eq} + \varepsilon) \\ &= -C\varepsilon + mg\cos(\phi_{eq})\varepsilon \end{aligned}$$

Soit une pulsation propre de $\sqrt{\dfrac{C - mg\cos\phi_{eq}}{J}}$

Manipulation : avec les valeurs du §**??**, on trouve 0,76 s cohérent avec la mesure de 0,80 s.